

## La Máquina de Atwood en el Estudio Experimental de la Cinemática y Dinámica Clásicas de la Caída de los Cuerpos

Mauro Javier Mendizábal Pico<sup>1</sup>; Mauro Javier Mendizábal Freire<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile, [murogrande@yahoo.com](mailto:murogrande@yahoo.com)

<sup>2</sup> Universidad Tecnológica Israel – Departamento de Ciencias Exactas, Quito – Ecuador, [mmendizabal@uisrael.edu.com](mailto:mmendizabal@uisrael.edu.com)

**Resumen:** Este documento hace referencia a la máquina inventada por George Atwood en 1784 para estudio y demostración experimental de las leyes del movimiento rectilíneo uniformemente variado. Con la máquina de Atwood, se demuestra que en este tipo de movimiento, existe una proporcionalidad directa entre las distancias recorridas y los cuadrados de los tiempos; así como también, entre las rapidezces de las velocidades y los tiempos.

**Palabras Claves:** Galileo, caída de los cuerpos, plano inclinado, gravedad, máquina de Atwood.

### *The Atwood Machine in the Experimental Study of Classic Cinematics and Dynamics of the Fall of Bodies*

**Abstract:** This document refers to the machine invented by George Atwood in 1784 for the study and experimental demonstration of uniformly varied laws of rectilinear motion. With the Atwood machine, it is demonstrated that in this type of movement, there is a direct proportionality between the distances traveled and the squares of the times; as well as, between the speeds of the velocities and the times.

**Keywords:** Galileo, fall of the masses, inclined plane, gravity, Atwood's machine.

## 1. INTRODUCCIÓN

Antes de Galileo Galilei (1564-1642) y en la misma época de él, la máxima autoridad científica y filosófica fue Aristóteles (384-322 A. C.). Hombre de inteligencia verdaderamente privilegiada que abarcó todo el conocimiento de su época, fundador de la Filosofía Peripatética, esencia del escolasticismo de la Edad Media que lo considera como uno de sus pilares fundamentales (Alonso M. , Física, 2019a).

Aristóteles, antes que experimentar, observaba. Basado en la observación, costumbre muy generalizada entre los griegos contemporáneos a él, hizo algunas afirmaciones aparentemente obvias pero que con experiencias

sencillas se hubieran demostrado que estaban erróneas. Entre estas se encuentran suponer que los cuerpos en movimiento se detienen, no por la fricción, sino porque se han cansado; y caían al suelo, no por la gravedad, sino porque anhelaban estar unidos a la Tierra (Mentes brillantes: los secretos del cosmos, 2016).

También está suponer que un cuerpo más pesado cae más velozmente que uno más ligero (Alonso M. , Física, 2019a).

Estas proposiciones fueron aceptadas como verdaderas, sin comprobación, durante 2 000 años hasta Galileo. Sin embargo, se debe señalar que algunos investigadores anteriores a Galileo, ya dudaban de la veracidad de las leyes aristotélicas.

Galileo, al experimentar, interroga directamente a la naturaleza, creando el método experimental para la investigación en las ciencias naturales. Con la experimentación, algo que poca gente había hecho antes, Galileo verifica la ley y comprueba que los cuerpos no se mueven por

1. Profesor de la 1 Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile, [murogrande@yahoo.com](mailto:murogrande@yahoo.com)
2. Profesor de la 2 Universidad Tecnológica Israel – Departamento de Ciencias Exactas, Quito – Ecuador, [mmendizabal@uisrael.edu.com](mailto:mmendizabal@uisrael.edu.com)

deseos, sino por leyes matemáticas que subyacen al movimiento. Galileo introduce el concepto de aceleración y es el primero en utilizar el lenguaje de las Matemáticas para analizar fenómenos físicos. Descubre estas leyes por experimentos y es el Padre de la Física Moderna, según Albert Einstein.

Los primeros experimentos Galileo los realiza alrededor del año 1590, cuando era profesor de Matemática de la Universidad de Pisa. Estos experimentos se relacionan con la caída de los cuerpos y consistían en dejar caer simultáneamente y en diversas ocasiones, varios cuerpos de diferentes masas y sustancias desde lo alto de la torre inclinada de Pisa (60 m de altura). Galileo con estas experiencias comprobó que todos los cuerpos, independientemente de sus masas y sustancias que los formaban, siempre tardaban el mismo tiempo en llegar a la base de la torre, demostrándose de esta manera que los cuerpos llegaban con la misma rapidez (Alonso & Acosta, Introducción a la Física, 2018).

En realidad, los cuerpos con más masa y por ende más pesados, si caen algo más rápido, lo que se explica si se tiene en cuenta la resistencia del aire, aunque la diferencia sea imperceptible para una altura como la de la torre de Pisa. Experimentos hechos por el Departamento de Guerra de los Estados Unidos durante los años 1917 y 1918 indicaron que los cuerpos compactos deben caer unos 200 m para que el efecto de la resistencia del aire sea observable. Las gotas de lluvia, si se observan detenidamente, caen con movimiento uniforme debido al efecto de la atmósfera (Alonso M. , Física, 2019a).

En general, la resistencia del aire al movimiento de los cuerpos hace que en la atmósfera los cuerpos no caigan ni con la misma velocidad ni con movimiento uniformemente variado. Los cuerpos más pesados caerán más rápidamente que los más ligeros (Alonso & Finn, Física, 2017).

El aire es una sustancia que se opone al movimiento de la caída de los cuerpos. Esta oposición o resistencia depende de la forma geométrica en que está constituido el cuerpo. La forma como la geometría del cuerpo afecta en la caída se puede observar cuando se dejan caer simultáneamente y a nivel de la superficie de la

Tierra, una hoja de papel sin arrugar y otra arrugada. Es decir, para este experimento, aunque las hojas sean las mismas, se ha cambiado de forma a una de ellas. La hoja arrugada será la primera en llegar al piso, antes que la no arrugada, porque el efecto del aire es mayor en la hoja no arrugada que en la arrugada.

Si la caída de las hojas de papel se hace en el vacío, donde el efecto del aire no interviene en el movimiento, tanto la hoja arrugada como la no arrugada llegarán al piso al mismo tiempo. Demostrándose entonces que *en el vacío todos los cuerpos emplean el mismo tiempo en caer una misma altura si parten en las mismas condiciones* (Alonso M. , Física, 2019a).

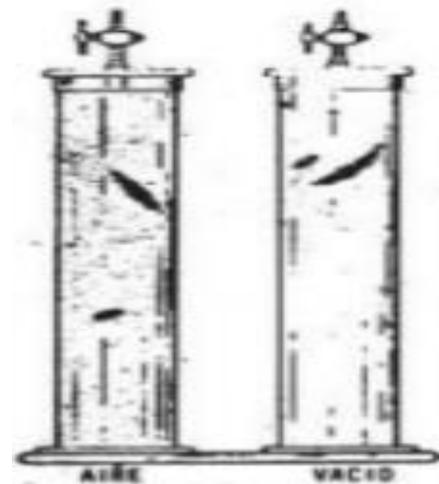


Figura 1: Tubos de Newton.

Fuente: Alonso, Física Curso Elemental, 2019.

La ley anterior es posible demostrarla experimentalmente en un laboratorio de Física, usando un tubo de Newton (Figura 1). En el interior del tubo se pueden colocar una moneda y una pluma. Si el tubo se invierte sin extraer el aire, la moneda caerá más pronto que la pluma por ser la pluma más ligera que la moneda y su rapidez de caída menor. Pero si previamente se hace el vacío más perfecto posible en el tubo, ambos cuerpos caerán juntos. Esta ley también fue demostrada en un planeta distinto a la Tierra, en la Luna, donde no hay atmósfera y por ende no hay aire. Sólo que aquí, durante la misión del módulo lunar Falcón del Apolo XV, en el año 1971, el comandante de la misión, el astronauta David R. Scott (1932), usó un martillo y una pluma como cuerpos para la caída libre (Apuntes de la NASA, 2016), demostrándose

que en ausencia de aire, la gravedad actúa por igual en todos los cuerpos independientemente de la masa.



Figura 2: Experimento de la pluma y el martillo en la Luna que dio la razón a Galileo.

Fuente:

<https://www.youtube.com/watch?v=JLs0XyFwehE>

Galileo, en la segunda parte de su vida, fue profesor de la universidad de Padua y más tarde, en su retiro en Florencia, llegó a analizar la naturaleza de la caída del movimiento de los cuerpos. Sus resultados los reunió en su obra cumbre llamada “Diálogos de Dos Ciencias Nuevas”, publicada en el año 1638. En este libro Galileo introdujo el concepto de movimiento uniformemente variado y probó que esta es la naturaleza del movimiento de caída de los cuerpos demostrando que las *distancias recorridas son directamente proporcionales a los cuadrados de los tiempos* (Alonso M. , Física, 2019a).

Para demostrar esta proporcionalidad, Galileo substituyó la caída directa del cuerpo por la caída a lo largo de un plano inclinado (Figura 3), en el cual el movimiento del cuerpo es más lento y más fácil de observar cuanto menor es la inclinación del plano, considerando que la naturaleza del movimiento no se ha alterado por la substitución.

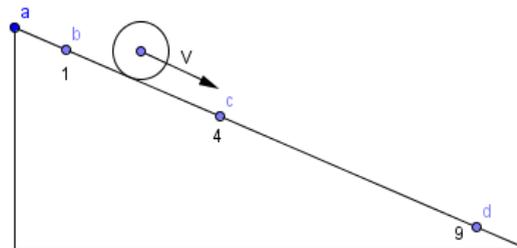


Figura 3: Plano inclinado de Galileo.

Galileo marcó sobre el plano inclinado los puntos **a, b, c, d,...** Los puntos **b, c, d, ...** estaban situados a distancias del punto **a** proporcionales a los números **1, 4, 9, ...** y midió los tiempos que empleaba un cuerpo en rodar desde **a** hasta **b**, desde **a** hasta **c**, desde **a** hasta **d**, ... comprobando que eran directamente proporcionales a los números **1, 2, 3, ...**, respectivamente. Quedando de esta forma demostrada la proporcionalidad directa entre las distancias recorridas y los cuadrados de los tiempos (Alonso M. , Física, 2019a).

Como dato curioso cabe señalar que en la época de Galileo no se disponía de relojes y peor aún cronómetros para la medida exacta de los pequeños intervalos de tiempo. Galileo recurrió a un recipiente con agua, en el fondo del cual abrió un pequeño orificio que podía taparse con un dedo. Tan pronto como el cuerpo comenzaba a rodar se retiraba el dedo hasta que el cuerpo llegara a cualquiera de las marcas dispuestas sobre el plano. El agua que había salido se recogía en una vasija y se pesaba admitiéndose que la cantidad de líquido recogido era proporcional al tiempo transcurrido (Alonso M. , Física, 2019a).

Dados los múltiples experimentos de caída libre de los cuerpos, se puede también afirmar que *en el vacío todos los cuerpos caen con movimiento uniformemente acelerado, siendo la aceleración la misma para todos los cuerpos en el mismo lugar de la Tierra*, independientemente de su forma geométrica o de la substancia que los compone (Alonso M. , Física, 2019a).

Para el estudio de la caída de los cuerpos en un plano inclinado, se puede usar el principio de composición y descomposición de las aceleraciones. Así, consideremos un cuerpo de

masa  $m$  sobre el plano inclinado AB que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal (Figura 4). Si no existiera el plano, el cuerpo de masa  $m$  caería con la aceleración de la gravedad  $g$  dirigida verticalmente y hacia abajo. Las componentes de la aceleración de la gravedad  $g$ , según las direcciones normales  $YY'$  y paralela al plano  $XX'$  son:

$$\begin{aligned} g_x &= g \operatorname{sen} \alpha & y \\ g_y &= g \operatorname{cos} \alpha \end{aligned} \quad (1.1)$$

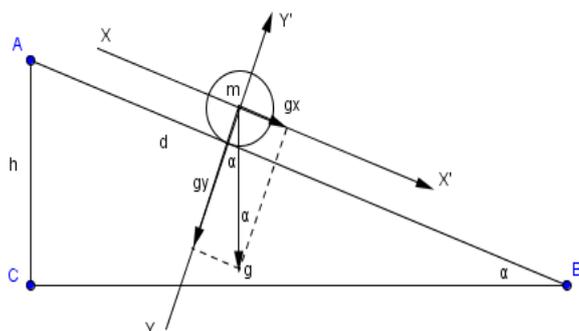


Figura 4: Caída por un plano inclinado.

La componente normal de la gravedad  $g_y$  representa un movimiento de la masa  $m$  perpendicular al plano. Este movimiento de la masa no es posible por la presencia del plano. La componente paralela de la gravedad  $g_x$  representa, en cambio, un movimiento de la masa paralelo al plano, y es el único que llega a producirse. Por tanto, el movimiento de caída de la masa  $m$  es uniformemente acelerado con una aceleración de valor  $g \operatorname{sen} \alpha$  el cual es menor a medida que el ángulo de inclinación  $\alpha$  del plano sea menor. Si la longitud del plano se llama  $d$  y  $t$  el tiempo empleado por la masa  $m$  en recorrer la distancia  $d$ , se puede obtener la ecuación para el tiempo  $t$ :

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2} g_x t^2 \\ d &= \frac{1}{2} g \operatorname{sen} \alpha t^2 \\ t &= \sqrt{\frac{2d}{g \operatorname{sen} \alpha}} \end{aligned} \quad (1.2)$$

La ecuación (I.2) indica que el tiempo de caída aumenta al disminuir el ángulo de inclinación  $\alpha$  del plano inclinado AB, hecho confirmado por la experiencia cotidiana. De esta forma se comprueba

que cuanto menos inclinado es el plano más lenta es la caída del cuerpo, propiedad que Galileo Galilei usó para analizar el movimiento de caída de los cuerpos como ya se dijo antes.

La rapidez  $V$  con que la masa  $m$  llega al extremo inferior B del plano inclinado AB es:

$$\begin{aligned} V^2 &= 2 g_x d \\ V^2 &= 2 g \operatorname{sen} \alpha d \\ V &= \sqrt{2 g \operatorname{sen} \alpha d} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Como el triángulo ABC es rectángulo se tiene lo siguiente:

$$h = d \operatorname{sen} \alpha \quad (1.4)$$

De donde:

$$V = \sqrt{2 g h} \quad (1.5)$$

Esta rapidez es la misma que la masa  $m$  tendría en C si hubiera caído libremente desde A en dirección vertical hacia abajo. Por tanto, si en el punto A del plano inclinado AB, se sueltan simultáneamente dos cuerpos, uno para rodar sobre el plano y otro para caer verticalmente, ambos llegarán con la misma rapidez a B y a C, respectivamente; aunque el cuerpo que rueda llegará a B un poco más tarde.

Este resultado es un caso particular de un principio general que dice *si un cuerpo se mueve, bajo la acción de la gravedad, desde un punto A hasta otro punto B, partiendo con una rapidez determinada desde A, llegará a B con la misma rapidez cualquiera sea la trayectoria seguida* (Young & Freedman, 2009). [9]. No interesa la trayectoria seguida por el cuerpo porque el movimiento se da bajo la acción de una fuerza conservativa como es la gravitacional. Este principio es a su vez un caso particular de otro más general como es la *ley de la conservación de la energía*.

La trayectoria seguida por el cuerpo, a diferencia de lo que pasa con la rapidez, si interviene en el valor del tiempo que el cuerpo emplea en moverse. La trayectoria para la cual corresponde el descenso más rápido se llama *braquistócrona* (Griego: braquis: corto, cronos:

tiempo). Esta curva es una cicloide cuya forma es muy semejante a la curva de la Figura 5.

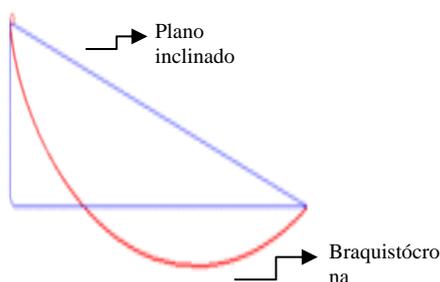


Figura 5: Comparación entre una trayectoria braquistócrona y un plano inclinado.

Fuente:

[https://es.wikipedia.org/wiki/Curva\\_braquist%C3%B3crona](https://es.wikipedia.org/wiki/Curva_braquist%C3%B3crona)

La braquistócrona como la trayectoria con menor tiempo de descenso fue propuesta como problema por Juan Bernoulli en 1696, quien ya la había determinado previamente. Newton y Leibniz la encontraron tan pronto se enteraron del problema (Alonso M. , Física Curso Elemental, 2019b).

Para facilitar el estudio de la caída de los cuerpos, el físico, matemático y astrónomo inglés George Atwood (1746-1807), profesor de la Universidad de Cambridge y miembro de la Royal Society, dio a conocer en 1784 un sistema dinámico muy interesante, denominado desde ese entonces máquina de Atwood. Esta máquina fue construida por George Adams, un fabricante de instrumentos de Londres, según las especificaciones de Atwood y la primera descripción apareció en francés en 1780. La máquina de Atwood fue solicitada por el italiano Alessandro Volta y también se enviaron copias a España (O'Connor & Robertson, 2005).

La máquina de Atwood desempeña el mismo papel que el plano inclinado de Galileo; es decir, hace que el movimiento sea lento para facilitar la observación sin modificar la naturaleza del mismo. El fundamento de la máquina de Atwood radica en que las aceleraciones que una fuerza constante comunica a varias masas, son inversamente proporcionales a las mismas masas (Bújovtsev, Krívchenkov, Miákishev, & M.).

En el plano de Galileo la atenuación del movimiento se conseguía disminuyendo la

componente efectiva de la aceleración de la gravedad; en la máquina de Atwood en cambio, la atenuación se consigue aumentando la inercia; es decir, la masa del sistema.

La máquina de Atwood está esencialmente compuesta por una polea simple fija. Esta es un disco, de muy pequeña masa, que puede girar alrededor de un eje O fijo, horizontal, con fricción despreciable (Figura 6). La polea tiene una garganta por donde pasa un hilo o cuerda prácticamente inextensible y de masa despreciable. A los extremos de este hilo se colocan dos masas iguales M, una de las cuales puede moverse frente a una regla vertical R usualmente graduada en cm. Sobre la masa M que se puede mover frente a la regla, se superpone otra masa pequeña m. Esta masa pequeña m es la encargada de proporcionar la fuerza resultante para hacer que la masa M suba mientras la masa (M + m) baja. Para calcular la aceleración del movimiento en el sistema así formado procedemos de la siguiente manera:

$$\text{Fuerza neta o resultante aplicada al sistema} = (M + m)g - Mg$$

$$\text{Fuerza neta o resultante aplicada al sistema} = mg \quad (1.6)$$

$$\text{Masa neta o total del sistema} = (M + m) + M$$

$$\text{Masa neta o total del sistema} = 2M + m \quad (1.7)$$

Designando por *a* la aceleración del sistema y aplicando la segunda ley de Newton para la Dinámica tenemos:

$$a = \frac{\text{Fuerza neta aplicada al sistema}}{\text{masa total del sistema}}$$

$$a = \frac{m}{2M+m} g \quad (1.8)$$

De la ecuación (1.8) se desprende que cuando menor es la masa adicional pequeña *m*, menor es la aceleración del sistema; y por tanto, mayor la lentitud del movimiento.

Para asegurarse que el movimiento del sistema sea uniformemente acelerado se emplean el plato A y el aro B. El diámetro del aro B es tal que

permite pasar la masa  $M$  pero no la  $m$ . El tiempo que el sistema se mueve con movimiento uniformemente variado se mide desde el instante en que las masas  $(M + m)$  se sueltan, desde una posición arriba del aro  $B$ , hasta que pasan por  $B$ .

Después de atravesar el aro  $B$ , donde se retiene la masa  $m$ , el movimiento de las masas  $M$  es uniforme y con una velocidad cuya rapidez es la adquirida al pasar por  $B$ , de acuerdo al principio de inercia ya que la fuerza resultante se ha anulado. Esta rapidez se mide dividiendo la distancia  $BA$  para el tiempo empleado en recorrerla.

Si el aro  $B$  se sitúa en distintas posiciones se comprueba que las distancias son proporcionales a los cuadrados de los tiempos, mientras las rapidez de las velocidades en  $B$  son proporcionales a los tiempos que son las características del movimiento uniformemente variado.

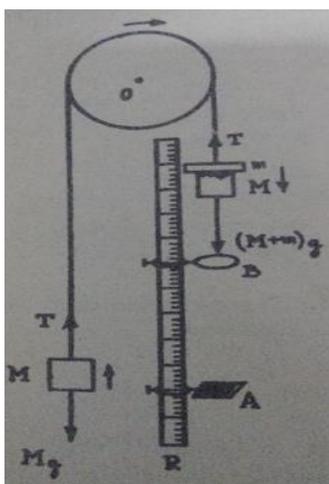


Figura 6: Máquina de Atwood.  
 Fuente: Alonso, Física Curso Elemental, 2019.

## 2. DESARROLLO

Para demostrar las leyes y obtener las funciones dependientes del tiempo  $t$  o ecuaciones horarias del movimiento rectilíneo de aceleración constante o movimiento rectilíneo uniformemente variado, se usará la máquina de Atwood construida en el laboratorio de Física de la universidad Israel en Quito-Ecuador en el año 2019 (Figura 7). Esta máquina tiene como polea simple fija en el borde un disco de polietileno de masa y coeficiente de fricción despreciables. La regla está graduada en

dm. El hilo, inextensible y de masa despreciable, que atraviesa la garganta de la polea, es de nylon. La máquina está montada sobre un soporte metálico en forma de T. Este soporte está sobre un trípode que contiene un bloque de hormigón. Este bloque sirve para que la máquina permanezca en completo equilibrio mientras la experiencia se realiza. Para nivelar la máquina, en los extremos inferiores del trípode existen unos tornillos calantes o niveladores.



Figura 7: Máquina de Atwood construida en el laboratorio de Física de la Universidad Israel. Quito-Ecuador. Año 2019.

Las masas, que se colocan en los extremos del hilo de nylon que atraviesa la garganta de la polea, están compuestas por dos porta-masas, de 25 g cada uno; y dos masas, de 96 g cada una. La sobre carga es de 14 g. El cronómetro digital, usado para la medida de los pequeños intervalos de tiempo, es de 0,01 s de apreciación.

### 2.1. Procedimiento

#### 2.1.1. Primera Parte

Verificadas las apreciaciones de la regla (10,0 cm) y del cronómetro digital (0,01 s), una vez encendido el cronómetro, se procedió a la medida de los tiempos. Previamente se equilibró la

máquina de Atwood usando un nivel de mercurio y con la ayuda de los tornillos calantes. Se tuvo cuidado que las masas que atraviesan el aro lo hagan sin dificultad.

En cada uno de los dos porta-masas se colocaron las masas de 96 g. Adicionalmente, en el porta-masas que se mueve frente a la regla se colocó la sobre carga de 14 g. Esta forma de ubicación de las masas hace que a un extremo del hilo de nylon la masa sea de  $(25 + 96) \text{ g} = 121 \text{ g}$ , mientras que al otro, sea de  $(25 + 96 + 14) \text{ g} = 135 \text{ g}$ .

Fijada una referencia en la regla y a una altura  $h$  desde el aro de 10 cm hacia arriba de este, se dejó caer el sistema, teniendo la precaución que el hilo esté tenso a ambos lados de la polea para que la aceleración con que se mueven las masas sea la misma. Se tomaron tres lecturas del tiempo que les tomó a las masas de  $(25 + 96 + 14) \text{ g}$  recorrer la altura  $h$  de 10 cm. De estas lecturas se obtuvo posteriormente la media aritmética de las medidas del tiempo  $t$ .

La parte del procedimiento del párrafo anterior se repitió para alturas  $h$  desde el aro y hacia arriba de este de 40 cm y 90 cm. Las alturas  $h$  de 10 cm, 40 cm y 90 cm fueron escogidas por ser proporcionales a los números 1, 4 y 9 tal como Galileo lo hizo cuando usó el plano inclinado (Figura 3). Con estas distancias se espera comprobar que los tiempos  $t$  sean proporcionales a los números 1, 2 y 3 cuando ya se obtengan los datos y se haga el análisis de los mismos. De esta forma se comprobaría la proporcionalidad de las distancias o alturas  $h$  recorridas y los cuadrados de los tiempos  $t$  para el movimiento rectilíneo uniformemente variado.

Con los datos obtenidos de la medida de los tiempos para las alturas indicadas se obtuvo la siguiente tabla de datos:

Tabla 1. *Tiempos para m. r. u. v.*

$h$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$
cm	s	s	s	s
0	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,54	0,55	0,56	0,55
40	1,00	1,10	1,20	1,10
90	1,63	1,64	1,65	1,64

## 2.1.2. Segunda Parte

Tomando como referencia la posición del aro en la regla y hacia abajo de este, se fijó una distancia  $d$ , entre el aro y el plato, de 20 cm en la regla. Se llevó nuevamente el sistema a la posición en la regla desde la cual fue suelto el sistema para recorrer la altura  $h$  sobre el aro de 10 cm. Cuando las masas de  $(25 + 96 + 14) \text{ g}$ , llegaron al aro, donde la masa de 14 g fue detenida, se procedió a medir el tiempo  $t$  que les toma a las masas de  $(25 + 96) \text{ g}$  recorrer la distancia  $d$  de 20 cm. Se tomaron tres lecturas de tiempo para luego obtener su promedio  $t$ .

Cuando la masa de 14 g es detenida en el aro, el movimiento de las masas entre el aro y el plato se vuelve rectilíneo uniforme m. r. u. porque la causa que originó el movimiento rectilíneo uniformemente variado m. r. u. v. hacia arriba del aro, ha desaparecido. Es decir, las masas están en equilibrio dinámico.

El procedimiento para la altura  $h$  de 10 cm sobre el aro y distancia  $d$  de 20 cm entre el aro y el plato, se repitió para la altura  $h$  de 40 cm sobre el aro y distancia  $d$  de 40 cm entre el aro y el plato. Y finalmente, para la altura  $h$  de 90 cm sobre el aro y distancia  $d$  de 60 cm entre el aro y el plato. De esta forma se espera comprobar la proporcionalidad entre las rapidezces de las velocidades  $V$  y los tiempos de caída  $t$ .

Con los datos obtenidos de la medida de los tiempos para las distancias indicadas se obtuvo la siguiente tabla de datos:

Tabla 2. *Tiempos para m. r. u.*

$d$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$	$V = \frac{d}{t}$
cm	s	s	s	s	cm/s
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,54	0,55	0,56	0,55	36,36
40	0,54	0,55	0,56	0,55	72,73
60	0,54	0,55	0,56	0,55	109,09

Los cocientes de la última columna de esta tabla, que se obtienen entre los datos de la columna de las distancias  $d$  y la columna de los tiempos  $t$ , representan la rapidez con las que las masas de  $(25 + 96 + 14)$  g llegan al aro; es decir, representan las rapidez de las velocidades finales del movimiento rectilíneo uniformemente variado m. r. u. v.

### 3. ANÁLISIS DE DATOS

Los datos de las tablas 1 y 2 se llevaron a un papel de escala logarítmica en base 10 para deducir las funciones de altura  $h$  y rapidez  $V$  dependientes del tiempo  $t$ . Para los datos de la tabla 1, como escalas se determinaron, para el eje vertical, donde van las medidas de la altura  $h$ , 1 ciclo equivalente a 10 cm; y para el eje horizontal, donde van las medidas del tiempo  $t$ , 1 ciclo equivalente a 1 s.

Ubicados los datos de la Tabla 1 en la escala logarítmica y unidos los puntos resultantes mediante una gráfica, se observa que se tiene una línea recta de variable dependiente  $\log(h)$ , variable independiente  $\log(t)$ , pendiente positiva  $m$  y ordenada al origen  $\log(C)$ . La ecuación para esta recta es la siguiente:

$$\log(h) = m \log(t) + \log(C) \quad (3.1)$$

Para calcular la pendiente  $m$  se traza el triángulo rectángulo PQS, tal como se indica en la Figura 8. Con la ayuda de una regla y usando la escala en mm se miden las distancias de los segmentos PS y QS. Estas medidas corresponden a las variaciones logarítmicas del tiempo  $\Delta \log(t) = 30 \text{ mm}$  y de la altura  $\Delta \log(h) = 60 \text{ mm}$ ; respectivamente. Considerando que la pendiente es la tangente del ángulo de inclinación de la línea recta se obtiene el cociente 2, valor para la pendiente  $m$  de la recta.

$$m = \frac{\Delta \log(h)}{\Delta \log(t)}$$

$$m = \frac{60 \text{ mm}}{30 \text{ mm}}$$

$$m = 2 \quad (3.2)$$

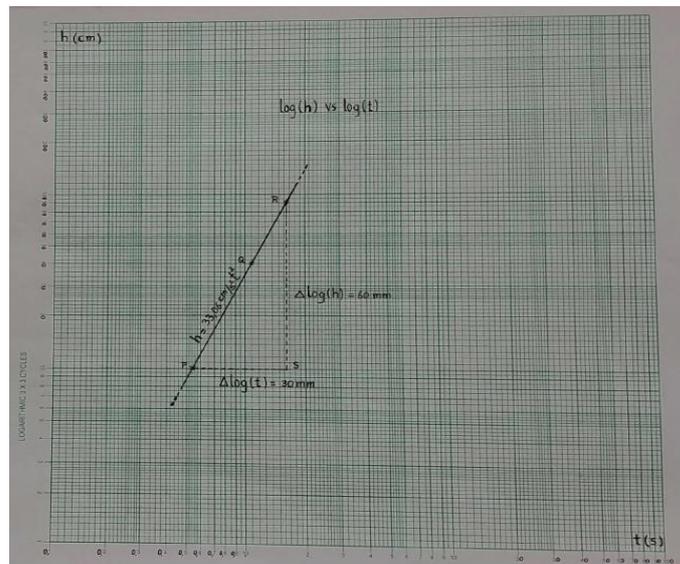


Figura 8: Gráfica logarítmica  $\log(h)$  vs  $\log(t)$  de los datos de la altura  $h$  y los tiempos  $t$ .

Para el cálculo del valor de la ordenada al origen de la recta  $\log(C)$ , se toman los datos de cualquiera de los puntos P, Q o R de la recta. En este caso se tomarán los datos del punto Q. Estos datos junto con el valor de la pendiente  $m$  se reemplazan en la ecuación III.1 y se obtiene el valor de la constante  $C$ , tras aplicar teoremas de los logaritmos.

$$\log(40 \text{ cm}) = 2 \log(1,10 \text{ s}) + \log(C)$$

$$\log(C) = \log(40 \text{ cm}) - 2 \log(1,10 \text{ s})$$

$$\log(C) = \log\left(\frac{40 \text{ cm}}{(1,10 \text{ s})^2}\right)$$

$$C = \frac{40 \text{ cm}}{1,21 \text{ s}^2}$$

$$C = 33,06 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \quad (3.3)$$

Si se realiza el análisis dimensional de la constante  $C$ , se observa que las dimensiones de esta constante son  $LT^{-2}$ , las mismas que indican que se trata de una celeridad.

Reemplazando el valor de la constante  $C$  más el valor de la pendiente  $m$  en la ecuación III.1,

la función o ecuación horaria para la altura  $h$ , estaría dada por:

$$\log(h) = 2 \log(t) + \log\left(33,06 \frac{cm}{s^2}\right)$$

$$\log(h) = \log(t^2) + \log\left(33,06 \frac{cm}{s^2}\right)$$

$$\log(h) = \log\left(33,06 \frac{cm}{s^2} t^2\right)$$

$$h = 33,06 \frac{cm}{s^2} t^2 \quad (3.4)$$

Para los datos de la tabla 2, como escalas se determinaron, para el eje vertical, donde van los valores de la rapidez  $V$ , 1 ciclo equivalente a 100 cm/s; y para el eje horizontal, donde van las medidas de los tiempos  $t$ , 1 ciclo equivalente a 1 s.

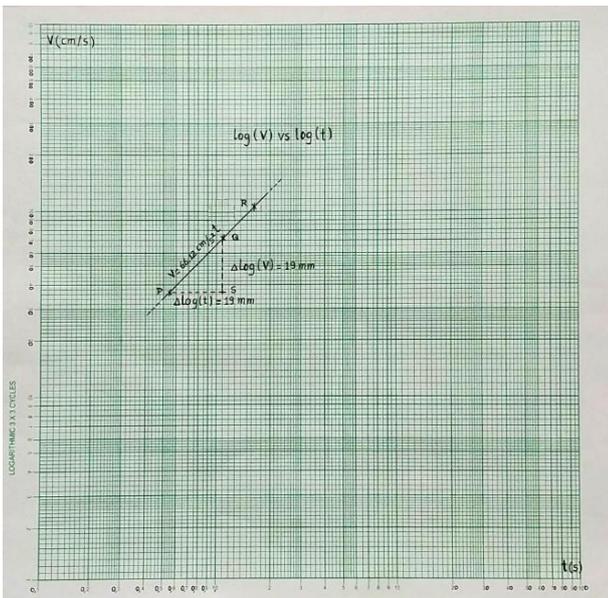


Figura 9: Gráfica logarítmica  $\log(V)$  vs  $\log(t)$  de los datos de la rapidez  $V$  y los tiempos  $t$ .

Ubicados los datos de la tabla 2 en la escala logarítmica y unida los puntos resultantes mediante una gráfica, se observa que se tiene una línea recta de variable dependiente  $\log(V)$ , variable independiente  $\log(t)$ , pendiente positiva  $m$  y ordenada al origen  $\log(C)$ . La ecuación para esta recta es la siguiente:

$$\log(V) = m \log(t) + \log(C) \quad (3.5)$$

Para calcular la pendiente  $m$  se traza el triángulo rectángulo PQS, tal como se indica en la Figura 9. Con la ayuda de una regla y usando la escala en mm se miden las distancias de los segmentos PS y QS. Estas medidas corresponden a las variaciones logarítmicas del tiempo  $\Delta \log(t) = 19 \text{ mm}$  y de la rapidez  $\Delta \log(V) = 19 \text{ mm}$ ; respectivamente. Considerando que la pendiente es la tangente del ángulo de inclinación de la línea recta se obtiene el cociente 1, valor para la pendiente  $m$  de la recta.

$$m = \frac{\Delta \log(V)}{\Delta \log(t)}$$

$$m = \frac{19 \text{ mm}}{19 \text{ mm}}$$

$$m = 1 \quad (3.6)$$

Para el cálculo del valor de la ordenada al origen de la recta  $\log(C)$ , se toman los datos de cualquiera de los puntos P, Q o R de la recta. En este caso se tomarán los datos del punto Q. Estos datos junto con el valor de la pendiente  $m$  se reemplazan en la ecuación III.5 y se obtiene el valor de la constante  $C$ , tras aplicar teoremas de los logaritmos.

$$\log(72,73 \text{ cm/s}) = 1 \log(1,10 \text{ s}) + \log(C)$$

$$\log(C) = \log(72,73 \text{ cm/s}) - 1 \log(1,10 \text{ s})$$

$$\log(C) = \log\left(\frac{72,73 \text{ cm/s}}{1,10 \text{ s}}\right)$$

$$C = \frac{72,73 \text{ cm}}{1,10 \text{ s}^2}$$

$$C = 66,12 \frac{cm}{s^2} \quad (3.7)$$

Si se realiza el análisis dimensional de la constante  $C$ , se observa que las dimensiones de esta constante son  $LT^{-2}$ , las mismas que indican que se trata de una celeridad.

Reemplazando el valor de la constante  $C$  más el valor de la pendiente  $m$  en la ecuación III.5,

la función o ecuación horaria para la rapidez  $V$ , estaría dada por:

$$\log(V) = 1 \log(t) + \log\left(66,12 \frac{cm}{s^2}\right)$$

$$\log(V) = \log(t) + \log\left(66,12 \frac{cm}{s^2}\right)$$

$$\log(V) = \log\left(66,12 \frac{cm}{s^2} t\right)$$

$$V = 66,12 \frac{cm}{s^2} t \quad (3.8)$$

#### 4. CONCLUSIONES

A partir de la obtención de los datos experimentales de las Tablas 1 y 2, suponiendo condiciones ideales para la cuerda (hilo de nylon) y polea (disco de polietileno); es decir, la cuerda carece de masa y es inextensible, la polea carece de momento de inercia (masa despreciable) y de rozamiento, el modelo de la máquina de Atwood construida en el laboratorio de Física de la universidad Israel puede ser mejorado y obtenerse datos con mayor precisión.

Si la masa  $m$  de la sobrecarga es pequeña con respecto a la masa  $M$ , la aceleración es también pequeña y se pueden medir tiempos y posiciones en una de las dos masas con relativa facilidad y de estos valores deducir el valor de la gravedad  $g$ .

Como se está trabajando con cuerda y polea ideales, las tensiones a los dos lados de la cuerda, a pesar de tener signos contrarios, tienen el mismo valor.

Si se considerara la masa de la polea habría que tomar en cuenta la inercia de la polea y la fricción que esta tiene con la cuerda. Las tensiones en ambas puntas de la cuerda ya no tendrían el mismo valor porque existe un torque sobre la polea que hace que esta rote.

La ecuación obtenida para la distancia recorrida o altura  $h = 33,06 \frac{cm}{s^2} t^2$  indica la proporcionalidad directa entre la variable  $h$  y el

cuadrado de la variable  $t$  o tiempo. Esta ley era una que había que demostrarse en forma experimental y que Galileo realizó usando el plano inclinado. La otra ley, donde la rapidez  $V$  está en proporcionalidad directa con el tiempo  $t$ , también se demostró en forma experimental a través de la ecuación  $V = 66,12 \frac{cm}{s^2} t$ .

Si se consideran las ecuaciones típicas de la Física Clásica para el movimiento rectilíneo uniformemente variado, partiendo del reposo, como son  $h = \frac{1}{2} a t^2$  y  $V = a t$ , se puede comprobar la relación que existe entre los coeficientes de  $t^2$  y  $t$  de las ecuaciones para  $h$  y  $V$ , respectivamente. Es decir, el coeficiente de  $t^2$  es la mitad del coeficiente de  $t$ :  $33,06 = \frac{1}{2}(66,12)$ .

La máquina de Atwood aparece como un instrumento pedagógico alternativo al plano inclinado de Galileo por su fácil uso en las clases de Física que lo hacen muy versátil y didáctico.

#### REFERENCIAS

- Alonso, M. (2019a). *Física*. Guatemala: Cultural Centroamericana, S. A.
- Alonso, M. (2019b). *Física Curso Elemental*. Guatemala: Cultural Centroamericana.
- Alonso, M., & Acosta, V. (2018). *Introducción a la Física*. Bogotá: Publicaciones Cultural.
- Alonso, M., & Finn, E. J. (2017). *Física*. México: Fondo Educativo Interamericano, S. A.
- Apuntes desde la NASA. (05 de agosto de 2016). Obtenido de <https://www.https://www.elmundo.es/blogs/elmundo/apuntesnasa/2016/08/05/la-pluma-y-el-martillo-del-apollo-15-un.html>
- Bújovtsev, B. B., Krívchenkov, V. D., Miákishev, G. Y., & M., S. I. (s.f.). *Problemas Seleccionados de la Física Elemental*. Mir.
- Mentes brillantes: los secretos del cosmos. (28 de octubre de 2016). Obtenido de

<https://www.youtube.com/watch?v=VXs4dpBwVHA>

O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (Febrero de 2005). *MacTutor History of Mathematics*.  
Obtenido de <http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Atwood.html>

Young, H., & Freedman, R. (2009). *Física Universitaria*. México: PEARSON.